

## Inequação Logarítmica e Propriedades dos Logaritmos

**AUTOR:** Iva Svobodová

**VÍDEO:** Altino Manuela Folgado dos Santos

**NÍVEL QCER:** C1

**ÁREA:** Matemática

**DURAÇÃO:** 60-90 minutos

**MATERIAL DIDÁTICO:**

1. Vídeo: (duração: 00:06:39 MIN)

<https://medial.phil.muni.cz/Play/26332#!>

Ou <https://www.youtube.com/watch?v=TwqIO51DcuU>

2. Powerpoint: (9 quadros)

[https://grupos.moodle.ufsc.br/pluginfile.php/947158/mod\\_data/intro/Pr%C3%A9-c%C3%A1culo\\_Aula%20VI%20%28parte%20%29.pdf](https://grupos.moodle.ufsc.br/pluginfile.php/947158/mod_data/intro/Pr%C3%A9-c%C3%A1culo_Aula%20VI%20%28parte%20%29.pdf)

(também pode aceder aqui: <https://medial.phil.muni.cz/Play/26332#!>)

3. 11 Exercícios

**OBJETIVOS:**

O objetivo deste REA é apresentar vários tipos de atividades relacionadas com as inequações logarítmicas e propriedades dos logaritmos. Com base no vídeo gravado e disponibilizado pelo prof. dr. Altino Manuel Folgado dos Santos da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, pretende-se desenvolver a competência linguística dos alunos que têm um domínio avançado de língua, visando reforçar, sobretudo, a competência textual potencializando as capacidades de leitura e compreensão de um texto matemático mais complexo e de formulação de fórmulas matemáticas mais complexas.

A unidade é iniciada com uma atividade em que o aluno deve responder a algumas questões básicas relacionadas com esta área matemática. Os exercícios são destinados a anotar as fórmulas matemáticas e preencher as lacunas de acordo com o texto por expressões da área da análise matemática que deve traduzir para a sua língua materna. Ao mesmo tempo, tenta formular a análise matemática e comparar, conseqüentemente, a sua formulação com as fórmulas gravadas no vídeo. O aluno é convidado para ver, também outros vídeos do prof. Altino Santos. A parte lexicológica que se segue visa enriquecer o vocabulário do aluno através da aprendizagem de termos matemáticos e analíticos. O aluno pode preencher o seu próprio glossário

**COMPETÊNCIA comunicativa textual**, fonética, lexical

**COMPETÊNCIA** geral

**CAPACIDADES:**

Definição de Integral.

Género gramatical.

Perceção de um texto matemático mais complexo.

Lógica textual matemática.

Formulação das fórmulas matemáticas

Leitura das fórmulas matemáticas.

## ATIVIDADES

### I. Leia o seguinte texto sobre o logaritmo:

Na matemática, o **logaritmo** de um número é o expoente a que outro valor fixo, a base, deve ser elevado para produzir este número. Por exemplo, o logaritmo de 1 000 na base 10 é 3 porque 10 elevado ao cubo é 1 000 ( $1\ 000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ ). De maneira geral, para quaisquer dois números reais  $b$  e  $x$ , onde  $b$  é positivo e  $b \neq 1$ ,

$$y = b^x \Leftrightarrow x = \log_b(y).$$

O logaritmo da base 10 ( $b = 10$ ) é chamado de logaritmo comum (ou decimal) e tem diversas aplicações na ciência e engenharia. O logaritmo natural (ou neperiano) tem a constante irracional  $e$  ( $\approx 2,718$ ) como base e é utilizado na matemática pura, principalmente em cálculo diferencial. Ainda há o logaritmo binário, no qual se usa base 2 ( $b = 2$ ), que é importante para a ciência da computação.

#### Definição

O logaritmo de um número positivo real  $x$ , na base  $b$ , é o expoente pelo qual  $b$  deve ser elevado para se chegar a  $x$ , sendo  $b$  um número positivo real diferente de 1. Em outras palavras, o logaritmo de  $x$  na base  $b$  é a solução de  $y$  na equação  $b^y = x$

$$\log_b x = y \Leftrightarrow b^y = x$$

#### Onde

$b$  é a base do logaritmo;

$x$  é o logaritmando;

$y$  é o próprio logaritmo;

sendo  $\log_b(x)$  pronunciado como "o logaritmo de  $x$  na base  $b$ "

adaptado de: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Logaritmo>

### II. Complete a descrição da inequação logarítmica com as expressões que se encontram na lista:

maiores, base, operatórias, incógnita, existência, logarítmicas

As inequações \_\_\_\_\_ (1) são todas aquelas que apresentam logaritmos. A incógnita, nesses casos, está no \_\_\_\_\_ (2) e/ou na \_\_\_\_\_ (3). Vale lembrar que um \_\_\_\_\_ (4) possui o seguinte formato:

$$\log_a b = x \leftrightarrow a^x = b,$$

\***a** é a base do logaritmo; **b** é o logaritmando e **x** é o logaritmo.

Para resolver inequações logarítmicas, aplicamos as propriedades \_\_\_\_\_ (5) dos logaritmos e os conceitos tradicionais de resolução de inequações. Assim como fazemos com as equações logarítmicas, é importante verificar as condições de \_\_\_\_\_ (6) dos logaritmos (tanto a base quanto o logaritmando devem ser \_\_\_\_\_ (7) que zero)."

Texto adaptado de:

**III. Veja a apresentação em PPT e responda às seguintes questões:**

ACESSO:

[https://grupos.moodle.ufsc.br/pluginfile.php/947158/mod\\_data/intro/Pr%C3%A9-c%C3%A1culo\\_Aula%20VI%20%28parte%202%29.pdf](https://grupos.moodle.ufsc.br/pluginfile.php/947158/mod_data/intro/Pr%C3%A9-c%C3%A1culo_Aula%20VI%20%28parte%202%29.pdf)

- Como definiria o termo “**logaritmo**”?
- Como definiria o termo “**inequação logarítmica**”?
- Qual é a diferença entre a **equação** e **inequação**?
- Como se chamam as partes da representação  **$\text{Log}_a b=x$**  ?  
A é chamado de \_\_\_\_\_  
B é chamado de \_\_\_\_\_  
X é chamado de \_\_\_\_\_.
- Qual é o número que o **logaritmando**, por definição sempre deve ser?

**IV. Veja o seguinte vídeo sobre as inequações logarítmicas do Professor Atilino Santos.**

ACESSO:

<https://medial.phil.muni.cz/Play/26332#!>

ou

<https://www.youtube.com/watch?v=TwqIO51DcuU>

(duração: 00:06:39 MIN)

**V. Complete o texto de acordo com o vídeo**

Olá! Neste vídeo vamos resolver esta inequação envolvendo dois **(1)** \_\_\_\_\_. Reparem que x apenas aparece aqui.

Vou começar por **(2)** \_\_\_\_\_. este logaritmo. Portanto aqui deste lado, logaritmo, **(3)** \_\_\_\_\_. raiz de três de um sobre raiz quadrada de 27 é igual... logaritmo de um quociente - **(4)** \_\_\_\_\_. \_\_\_\_ logaritmo .. na base raiz de três de um menos o logaritmo **(5)**....., de raiz de 27, igual o logaritmo de um é zero em qualquer base, menos logaritmo na base **(6)** \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_., ora bom, 27 é 3 vez 3 vez 3. Igual a menos logaritmo na base raiz de três, raiz quadrada de **(7)**..... \_\_\_\_\_. é o mesmo que o cubo da raiz quadrada três, OK? E isto dá menos três – menos três.

Agora, esta inequação só faz sentido quando x ao quadrado menos 1 é positivo - não há logaritmos de números negativos nem de zero. Vou acrescentar isso mesmo. **(8)** \_\_\_\_\_. menos um, é maior que zero, ou seja, x deverá ser **(9)** \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. menos um, ou então, x **(10)** \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. um. Bom, agora sim, vou resolver a **(11)**....., equivalente, este logaritmo vale menos três, **(12)**.....na base um terço, de x ao quadrado, menos um, mais dois, menor ou igual do que zero.

Equivalente é menos logaritmo (13) \_\_\_\_\_. um terço, de x ao quadrado menos um, menor ou igual aqui temos menos 1, deste lado fica um, equivalente. Agora vou multiplicar por menos um, ficamos com logaritmo na base (14) \_\_\_\_\_, de x ao quadrado menos um, maior ou igual a menos um. Bom, eu gosto sempre de ter logaritmos com a mesma base, em ambos os membros, portanto, isto fica logaritmo na base um terço de x ao quadrado menos um, maior ou igual ao logaritmo na base um terço, (15) \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_, é o logaritmo na base um terço de três, um terço elevado a menos 1 é três.

Pronto. Chegando a esta fase, temos dois logaritmos na mesma base. Contudo, a base é menor do que 1. Logo, vamos ter que, de certa forma, (16) \_\_\_\_\_. os logaritmos e comparamos os argumentos, x ao quadrado menos um, menor ou igual – a (17) \_\_\_\_\_. vai ficar (18) \_\_\_\_\_. - a três. Aqui a Justificação é que a base é um terço, está entre zero e um. Tá bom? Poderíamos ter omitido este passo, e ficávamos com x ao quadrado menos um, menor ou igual do que um terço, elevado a menos 1. Ou seja três. Mas é preciso ter cuidado com o sentido de desigualdade. Acho que assim não leva erros.

Bom equivalente ao x ao quadrado, menor ou igual do que 4, ou seja, x está entre raiz de 4, e menos três de quatro. Pronto. Vamos juntar o que temos.

X está entre (19) \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. Temos aqui este intervalo fechado menos dois a dois, mas, x deverá ser menor do que menos um - vamos manter a cor - menor do que menos um - (20) \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. - ou então maior do que um. Ficamos apenas com estes dois intervalos. Tá certo?

(21) \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. Se x satisfaz esta inequação, x pertence ao intervalo menos dois a menos um, aberto no menos um. (22) \_\_\_\_\_. com o intervalo de 1 até 2, aberto (23) \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. - fechado (24) ..... Pronto E com isto termino este exercício. Termina este vídeo. Despeço-me e até a próxima. Chao.

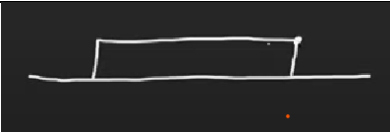

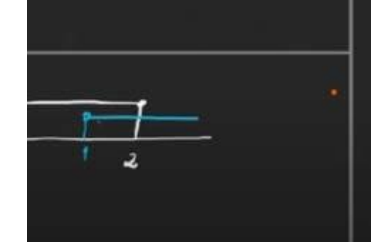
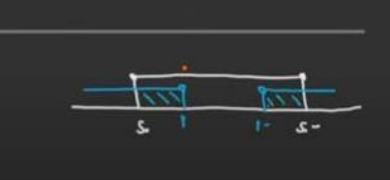
**VI. Traduza as expressões para a sua língua materna**

	PORTUGUÊS	LÍNGUA MATERNA
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		

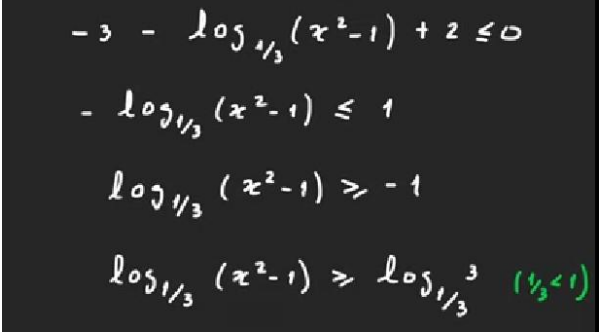
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

**VII. Escreva a fórmula do vídeo ouvindo apenas o som (0:00 – 02:00)**

**VIII. E agora ligue os quadros com as suas descrições que se encontram no vídeo.**

	ILUSTRAÇÃO		DESCRIÇÃO
1		A	Ficamos apenas com estes dois intervalos
2		B	X deverá ser maior do que um
3		C	X deverá ser menor do que menos um
4		D	Temos aqui este intervalo fechado

**IX. FORMULE por escrito e, depois, em voz alta a seguinte inequação e compare a sua formulação com a que se encontra no vídeo (00:02:50 – 00:05:25)**

<p><b>DESCRIÇÃO:</b></p>	 <p> <math display="block">-3 - \log_{1/3}(x^2-1) + 2 \leq 0</math> <math display="block">- \log_{1/3}(x^2-1) \leq 1</math> <math display="block">\log_{1/3}(x^2-1) \geq -1</math> <math display="block">\log_{1/3}(x^2-1) \geq \log_{1/3} 3 \quad (1/3 &lt; 1)</math> </p>
--------------------------	---

**X. Aprenda novo vocabulário e acrescente palavras não conhecidas.**

Português	Língua Materna
acrescentar	
aparecer	
base	
envolver	
inequação	
Justificação	
logaritmos	
levar erros	
multiplicar	
números negativos	
o cubo da raiz quadrada	
omitir	
Reparar	
resolver	
simplificar	
ter cuidado com	

**XI. Veja outros vídeos de Altino Santos.**

**ACESSO:**

<https://www.youtube.com/@AltinoSantos>

## SOLUÇÃO

I. INDIVIDUAL

II. 1. logarítmicas 2. logaritmando 3. base. 4. logaritmo 5. operatórias 6. existência 7. maiores

III.

- a) Expoente da potência a que se deve elevar uma base constante para achar um número proposto.
- b) É uma desigualdade que envolve funções logarítmicas.
- c) – se a base do logaritmo for um número maior que 1, mantém-se a desigualdade;  
– se a base do logaritmo for um número entre 0 e 1, inverte-se a desigualdade.
- d) A é chamado de base do logaritmo  
B é chamado de logaritmando  
X é chamado de logaritmo.
- e) logaritmando, por definição, sempre deve ser um número maior que zero

IV. INDIVIDUAL

V. A. (1) logaritmos. (2) simplificar (3) na base (4) é igual ao (5) na mesma base, (6) raiz de três, (7) três ao cubo . (8) X ao quadrado (9) menor do que (10) maior do que (11) inequação, , (12) menos logaritmo (13) na base (14) um terço, (15) menos um, (16) cancelar (17) desigualdade (18) invertida - a (19) menos dois e dois. Temos - (20) intervalo aberto - (21) Conjunto-solução.. (22) Reunião (23) no um (24) no dois.

VI. INDIVIDUAL

VII.

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{3}} \left( \frac{1}{\sqrt{27}} \right) &= \log_{\sqrt{3}} 1 - \log_{\sqrt{3}} \sqrt{27} = \\ &= 0 - \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3^3} = - \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^3 = -3\end{aligned}$$

VIII. 1D, 2C 3B 4A

IX. RESPOSTA PROPOSTA – pode ser modificada estilisticamente de acordo com os hábitos de fala.

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{3}} \left( \frac{1}{\sqrt{27}} \right) &= \log_{\sqrt{3}} 1 - \log_{\sqrt{3}} \sqrt{27} = \\ &= 0 - \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3^3} = - \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^3 = -3\end{aligned}$$



- X.** -menos três, menos logaritmo na base um terço, de x ao quadrado, menos um, mais dois, menor ou igual do que zero.  
-menos logaritmo na base um terço, de x ao quadrado menos um, menor ou igual a 1,  
-Agora vou multiplicar por menos um e ficamos com logaritmo na base um terço, de x ao quadrado menos um, maior ou igual a menos um. Bom, eu gosto sempre de ter logaritmos com a mesma base, em ambos os membros, portanto  
- isto fica logaritmo na base um terço de x ao quadrado menos um, maior ou igual ao logaritmo na base um terço, menos um, é o logaritmo na base um terço de três, um terço elevado três
- XI.** INDIVIDUAL
- XII.** INDIVIDUAL