INTEGRAL DEFINIDO. MÉTODO DE SUBSTITUIÇÃO.

AUTOR:
IVA SVOBODOVÁ
VÍDEO:
Prof. Dr. Altino Manuela Folgado dos Santos

NÍVEL: **QCER: C1**
ÁREA: **MATEMÁTICA**
COMPETÊNCIA: **textual**
DURAÇÃO: **60-90 minutos**
MATERIAL DIDÁTICO:
VÍDEO:
https://medial.phil.muni.cz/Play/26330#!
https://www.youtube.com/watch?v=VEwgqmuD6J0
(duração: 00:07:29 MIN)

8 EXERCÍCIOS

OBJETIVOS: O objetivo deste REA é apresentar vários tipos de atividades relacionadas com a análise matemática. Com base no vídeo “Integral definido. Método de substituição” gravado e disponibilizado pelo prof. dr. Altino Manuel Folgado dos Santos da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, pretende-se desenvolver a competência linguística dos alunos que têm um domínio avançado de língua, visando reforçar, sobretudo, a competência textual potencializando as capacidades de leitura e compreensão de um texto matemático mais complexo e de formulação de fórmulas matemáticas mais complexas.
A unidade é iniciada com uma atividade em que o aluno deve anotar as fórmulas matemáticas e preencher as lacunas de acordo com o texto por expressões da área da análise matemática que deve traduzir para a sua língua materna. Ao mesmo tempo, tenta formular a análise matemática e comparar, consequentemente, a sua formulação com as fórmulas gravadas no vídeo. O aluno é convidado para ver, também outros vídeos do prof. Altino Santos. A parte lexicológica que se segue visa enriquecer o vocabulário do aluno através da aprendizagem de termos matemáticos e analíticos. O aluno pode preencher o seu próprio glossário

COMPETÊNCIA **comunicativa textual**, fonética, lexical
COMPETÊNCIA geral

CAPACIDADES A SER DESENVOLVIDAS:

Definição de Integral.
Género gramatical.
Perceção de um texto matemático mais complexo.
Lógica textual e matemática.
Formulação das fórmulas matemáticas
Leitura das fórmulas matemáticas.

ATIVIDADES

I.	**COMPLETE A DESCRIÇÃO DO TERMO “INTEGRAL DEFINIDO” POR EXPRESSÕES QUE SE ENCONTRAM NA LISTA.**

física, geométrica, trajetória, uma ferramenta, positiva, intervalo,

O integral definido é ___________________ matemática que permite determinar a variação de uma função com base na informação sobre a rapidez com que a função está a variar num determinado ___________________. É, portanto, uma espécie de contrapartida da derivada. A aplicação ___________________ mais comum é a determinação da ___________________ de um corpo a partir de uma velocidade conhecida. O integral definido de uma função ___________________ tem também uma interpretação ___________________ ilustrativa; é o conteúdo do conjunto sob o gráfico dessa função no intervalo considerado.

II.	**VEJA PRIMEIRO O VÍDEO DO PROFESSOR ALTINO SANTOS E VÁ ANOTANDO INFORMAÇÕES ESSENCIAIS.**

ACESSO:

https://medial.phil.muni.cz/Play/26330#!
ou
https://www.youtube.com/watch?v=VEwgqmuD6J0
(duração: **00:07:29**).

III.	**AGORA COMPLETE O TEXTO DE ACORDO COM O VÍDEO .**

Olá! Espero que esteja tudo bem contigo. Neste vídeo vamos **(1)** ___________________ ___ ________________ definido de zero até um. X ao quadrado vez a raiz quadrada de quatro menos x quadrado dx.

Então, vamos lá! De maneira a conseguirmos eliminar aqui esta (**2**) ___________________ _________________________, vamos considerar a seguinte substituição. Fazemos x igual a dois seno de teta. OK?

Pelo que *d* x é igual, *d x* é igual a dois **(3)** ________________ de teta *d* teta. Bom, temos que …. *x* varia de 0 a 1 … qual será a variação de **(4)** __________________?

Se *x* for 0, temos 2 seno teta igual a 0. Podemos pôr teta igual a 0 ou, teta maior ou igual do que 0. E agora se x for 1, quando *x* é 1, 2 **(5)** ___________________ teta é igual a 1 significa que seno teta é o meio, portanto teta é **(6)** ____________ sobre seis. Consideramos este intervalo: teta de zero a π **(7)** _________________ seis.

Ou então com esta substituição, o nosso integral definido fica integral de 0 a π sobre 6 na nova variável. 0 π sobre 6, **(8)** ________________ __________ __________________ é 4 seno ao quadrado, de teta e agora temos aqui a raiz quadrada de 4 menos seno ao quadrado de teta, é raiz desta expressão. E agora temos o *d x* é igual a 2 cosseno de teta, *d* teta. OK – igual agora aqui em baixo, temos o integral 0, a π sobre 6. Este quadro vamos puxá-lo aqui para trás. Assim, temos, então, seno ao quadrado de teta. Aqui temos raiz quadrada de 4 menos 4 seno ao quadrado colocando quatro **(9)** ____ ______________________ , raiz de quatro é 2. E agora ficamos com 1 menos seno ao quadrado teta, que é igual ao cosseno ao quadrado teta. Com a raiz fica apenas cosseno teta. Está certo?

E agora vezes dois, cosseno teta. **(10)** _________ _________________**,** igual a 4, integral de zero a pi sobre 6, bom vamos escrever estes - todos estes - fatores da seguinte forma. Temos aqui dois, seno de teta, vezes cosseno de teta. E agora outra vez, vezes dois, o outro seno de teta e aqui cosseno teta de teta.

Porque é que escrevi assim desta maneira? Porque dois seno de teta cosseno de teta é o seno de dois teta. E aqui aparece outra vez seno de 2 teta. Então temos quatro integral zero a pi sobre seis, do quadrado do seno ao quadrado de dois teta d teta. Seno ao quadrado de dois teta, d teta.

De maneira a conseguirmos continuar para o seno ….o seno aqui em cima, seno ao quadrado de alfa, **(11)** ___ __________ ____ 1 menos cosseno de 2 alfa sobre 2. Sobre 2. É uma fórmula que utilizamos muitas vezes para **(12)** __________ o seno ao quadrado. OK. Bom, então, com isto, temos 4 vezes, integral de 0 a π sobre 6, de seno ao quadrado dois teta igual a um menos cosseno de 2 vezes - 2 vezes - 2 teta sobre 2. Ou seja **(13**) ___ __________ __________ ___ __________ __________ , __________ ______ ___ __________ . Ou ainda, 4 sobre dois é dois, integral de 0 a π sobre 6, de um menos cosseno de 4 teta, *d* teta. Igual aqui em baixo – a duas vezes vamos já primitivar – primitiva de 1 de teta é igual a teta. – e a primitiva do cosseno de 4 teta é seno de 4 teta, sobre 4. Assim, aqui temos 0 e aqui π sobre 6. Bom, substituindo por temos 1, 2 antes por π sobre 6, teta pi sobre seis, menos seno de 4 pi sobre seis, que é o seno de 2 pi sobre três, que é raiz de três sobre 6. E aqui, sobre 4. Quando de teta zero – portanto fica apenas isto. Igual a dois vezes π sobre 6, que é π sobre 3, **(14)** ______ ______ __________ ___ __________ __________ e fica menos raiz de **(15)**__________ __________ __________ . E este é o valor do integral definido que nós propusemos calcular.

Bom, despeço-me então, fiquem bem e até o próximo vídeo. Chao.

IV. TRADUZA AS PARTES PREENCHIDAS PARA A SUA LÍNGUA MATERNA

	EXPRESSÃO	TRADUÇÃO PARA A LÍNGUA MATERNA
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

V. E agora tente formular a análise e compare a sua formulação com o vídeo (00:00 - 04:06 min.).

$$x = 2\,\mathrm{sen}\,\theta \;,\quad 0 \le \theta \le \frac{\pi}{6}$$
$$dx = 2\cos\theta\, d\theta$$

$$\int_0^1 x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \int_0^{\pi/6} 4\,\mathrm{sen}^2\theta\,\sqrt{4-4\,\mathrm{sen}^2\theta}\;2\cos\theta\,d\theta =$$

$$= 4\int_0^{\frac{\pi}{6}} \mathrm{sen}^2\theta\; 2\cos\theta\; 2\cos\theta\, d\theta = 4\int_0^{\frac{\pi}{6}} 2\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\theta \cdot 2\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\theta\, d\theta$$

(vídeo 0:00 - 4:06)

VI. Encontre uma diferença essencial na formulação do seguinte texto em Português Europeu e Brasileiro,

PORTUGUÊS EUROPEU	PORTUGUÊS BRASILEIRO
É importante saber-se distinguir o integral definido do integral indefinido. Um integral definido é um número, enquanto um integral indefinido é uma função (ou uma família de funções). Como consideramos o integral como uma antiderivada, ou seja, o inverso da derivada, colocamos a constante…….	É importante saber-se distinguir a integral definida da integral indefinida. Uma integral definida é um número, enquanto uma integral indefinida é uma função (ou uma família de funções). Como consideramos a integral como uma antiderivada, ou seja, o inverso da derivada, colocamos a constante …..

VII. Traduza o novo vocabulário para a sua língua materna e acrescente palavras que necessite.

Português	**Tradução ou definição na língua materna**
calcular	
cancelar	
colocar em evidência	
cosseno (m.)	
DE (letra)	
de (preposição)	
fórmula (f.)	
igual a (=)	
Integral (m.)	
integral definido de zero até um	
menos (-)	
pi (π, Π)	
primitivar	
puxá-lo	
puxar	
raiz (f.) quadrada	
seno (m.)	
sobre	
substituição (f.)	
teta (θ, Θ)	
variação (f.) de teta	
vezes	
vezes (x)	
x /šiš/	
X ao quadrado	

VIII.

VEJA OUTROS VÍDEOS DE ALTINO SANTOS SOBRE INTEGRAIS:

PRIMITIVAS E INTEGRAIS

https://www.youtube.com/watch?v=p0ocjjcMQaw&list=PL1L3WVoVxxrh5L9sGV5BvBOtVeG35sjFQ

CÁLCULO INTEGRAL

https://www.youtube.com/watch?v=KJBDCeZZG_o

PRITIMITIVAS IMEDIATAS. EXEMPLOS BÁSICOS.

https://www.youtube.com/watch?v=8nXagtj3R6I

Mengoli, Dirichlet. Critérios de comparação: 1°, 2°, integral.

https://www.youtube.com/watch?v=zYKPymnB9w8

ÕU OUTROS VÍDEOS AQUI:

https://www.youtube.com/@AltinoSantos

ANÁLISE MATEMÁTICA:

https://www.youtube.com/playlist?list=PL1L3WVoVxxriDQNZ_Dq2VyPtmWFq1tuGAI.

SOLUÇÃO

I. O integral definido é **uma ferramenta** matemática que permite determinar a variação de uma função com base na informação sobre a rapidez com que a função está a variar num determinado **intervalo**. É, portanto, uma espécie de contrapartida da derivada. A aplicação **física** mais comum é a determinação da **trajetória** de um corpo a partir de uma velocidade conhecida. O integral definido de uma função **positiva** tem também uma interpretação **geométrica** ilustrativa; é o conteúdo do conjunto sob o gráfico dessa função no intervalo considerado.

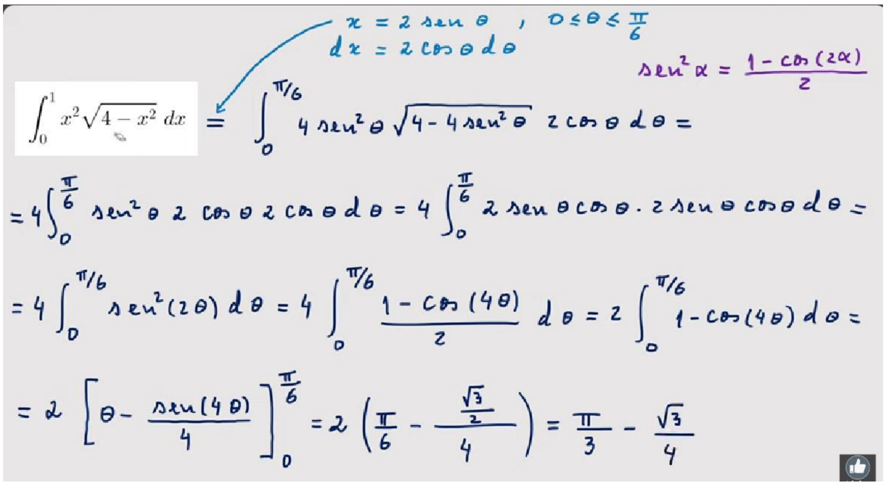
II. **INDIVIDUAL**

III. **A**. Olá! Espero que esteja tudo bem contigo. Neste vídeo vamos **calcular o integral** definido de zero até um. X ao quadrado vez a raiz quadrada de quatro menos x quadrado dx. Então, vamos lá! De maneira a conseguirmos eliminar aqui esta **raiz quadrada**, vamos considerar a seguinte substituição. Fazemos x igual a dois seno de teta. OK? Pelo que dx é igual, dx é igual a dois **cosseno** de teta d teta. Bom, temos que x varia de zero a um, qual será a variação de **teta**? Se x for 0, temos 2 seno teta igual a zero. Podemos pôr teta igual a zero ou, teta maior ou igual do que zero. E agora se x for 1, quando x é um, dois **seno** teta é igual a 1 significa que seno teta é o meio, portanto teta é **pi** sobre seis. Consideramos este intervalo: teta de zero a pi **sobre** seis. Ou então com esta substituição, o nosso integral definido fica integral de zero a pi sobre seis na nova variável. Zero pi sobre seis, **x ao quadrado** é 4 seno ao quadrado, de teta e agora temos aqui a raiz quadrada de 4 menos seno ao quadrado de teta, é raiz desta expressão. E agora temos o d x É IGUAL A 2 COSENO DE TETA, d teta. OK – igual agora aqui em baixo, temos o integral zero a pi sobre seis. Este quadro vamos puxá-lo aqui para trás. Assim, temos então seno ao quadrado de teta. Aqui temos raiz quadrada de 4 menos 4 seno ao quadrado colocando quatro **em evidência**, raiz de quatro é 2. E agora ficamos com 1 menos seno ao quadrado teta, que é igual ao cosseno ao quadrado teta. Com a raiz fica apenas cosseno teta. Está certo? E agora vezes dois cosseno teta. **D teta,** igual a 4, integral de zero a pi sobre 6, bom vamos escrever estes - todos estes - fatores da seguinte forma. Temos aqui dois, seno de teta, vezes cosseno de teta. E agora outra vez, vezes dois, o outro seno de teta e aqui cosseno teta de teta. Porque é que escrevi assim desta maneira? Porque dois seno de teta cosseno de teta é o seno de dois teta. E aqui aparece outra vez seno de 2 teta. Então temos quatro integral zero a pi sobre seis, do quadrado do seno ao quadrado de dois teta d teta. Seno ao quadrado de dois teta, d teta. De maneira a conseguirmos continuar para o seno ….o seno aqui em cima, seno ao quadrado de alfa, **é igual a** 1 menos cosseno de dois alfa sobre dois. Sobre dois. É uma fórmula que utilizamos muitas vezes para **primitivar** o seno ao quadrado. OK. Bom, então, com isto, temos 4 vezes, integral de zero a pi sobre seis, de seno ao quadrado dois teta igual a um menos cosseno de dois vezes - dois vezes - dois teta sobre dois. Ou seja **1 menos cosseno de quatro teta, sobre dois d teta**. Ou ainda, 4 sobre dois é dois, integral de zero a pi sobre seis, de um menos cosseno de 4 teta, d teta. Igual aqui em baixo – a duas vezes vamos já primitivar – primitiva de 1 de teta é igual a teta. – e a primitiva do cosseno de 4 teta é seno de 4 teta, sobre quatro. Assim, aqui temos zero e aqui pi sobre seis. Bom, substituindo por temos um dois antes por pi sobre seis, teta pi sobre seis, menos seno de 4 pi sobre seis, que é o seno de 2 pi sobre três, que é raiz de três sobre dois. E aqui, sobre quatro. Quando de teta zero – portanto fica apenas isto. Igual a dois vezes pi sobre seis, que é pi sobre três, **este dois cancela com este dois** e fica menos raiz de **três sobre quatro**. E este é o valor do integral definido que nós propusemos calcular.

Bom, despeço-me então, fiquem bem e até o próximo vídeo. Chao.

IV. . INDIVIDUAL

V. SOLUÇÃO PROPOSTA /poderá ser reformulada e modificada estilisticamente conforme os hábitos de fala/



Vamos calcular o integral definido de zero até um. X ao quadrado vez a raiz quadrada de quatro menos x quadrado dx. Para conseguirmos a raiz quadrada, vamos considerar a seguinte substituição: fazemos x igual a dois seno de teta. dx é igual a dois cosseno de teta D teta. x varia de zero – qual será a variação de teta? Se x for 0, temos 2 seno teta igual a zero. Podemos pôr teta igual a zero ou, teta maior ou igual do que zero.

E agora se x for 1, quando x é um, dois seno teta é igual a 1 significa que seno teta é o meio, portanto teta é pi sobre seis. Consideramos este intervalo: teta de zero a pi sobre seis.

Com esta substituição, o nosso integral definido fica integral de zero a pi sobre seis na nova variável. Zero pi sobre seis, x ao quadrado é 4 seno ao quadrado, de teta e agora temos aqui a raiz quadrada de 4 menos seno ao quadrado de teta, é raiz desta expressão. E agora temos o d x É IGUAL A 2 COSENO DE TETA, d teta. OK – igual agora aqui em baixo, temos o integral zero a pi sobre seis. Este quadro vamos puxá-lo aqui para trás. Assim, temos então seno ao quadrado de teta. Aqui temos raiz quadrada de 4 menos 4 seno ao quadrado colocando quatro em evidência, raiz de quatro é 2. E agora ficamos com 1 menos seno ao quadrado teta, que é igual ao cosseno ao quadrado teta. Com a raiz fica apenas cosseno teta.

E agora vezes dois cosseno teta. D teta, igual a 4, integral de zero a pi sobre 6, bom vamos escrever estes - todos estes - fatores da seguinte forma. Temos aqui dois, seno de teta, vezes cosseno de teta. E agora outra vez, vezes dois, o outro seno de teta e aqui cosseno teta de teta.

VI. INTEGRAL em português europeu é de género masculino, em português brasileiro, de género feminino.

VII. INDIVIDUAL

VIII. INDIVIDUAL